

Perspetivas dos alunos sobre o erro como estratégia de aprendizagem

Paula Maria Barros¹, José António Fernandes², Cláudia Mendes Araújo³

¹ESTiG, Instituto Politécnico de Bragança, pbarros@ipb.pt

²CIED, Universidade do Minho, jfernandes@ie.uminho.pt

³Centro de Matemática, Universidade do Minho, clmendes@math.uminho.pt

Resumo. *No presente texto apresenta-se parte de um estudo que se realizou com alunos de engenharia do ensino superior politécnico no âmbito da unidade curricular Álgebra Linear e Geometria Analítica. Mais especificamente, analisa-se, do ponto de vista dos alunos participantes, o contributo para a sua aprendizagem de uma estratégia de ensino que envolveu tarefas que pretendiam promover a reflexão e discussão sobre os erros e as dificuldades no domínio da álgebra linear. De acordo com as opiniões dos alunos, constata-se que a resolução de tarefas em que tinham de analisar as resoluções realizadas por outros alunos, a discussão em grande grupo e o processo de revisão/reformulação dos trabalhos tiveram, em termos gerais, efeitos positivos para a sua aprendizagem.*

Palavras-chave: *erros; aprendizagem; álgebra linear; ensino superior.*

Abstract. *In this paper we present part of a study that was conducted with engineering students that attended the course of Linear Algebra and Analytical Geometry. More specifically, it is analyzed, from students' point of view, the contribution of a teaching strategy which involved tasks intended to promote reflection and discussion about the mistakes and difficulties in the field of linear algebra to their learning. According to the students' opinions, the resolution of tasks where they had to analyze the resolutions made by other students, the discussion in large group and the process of review/redesign of the work had, in general, positive effects for their learning.*

Keywords: *errors; learning; linear algebra; higher education.*

Introdução

A importância de investigações sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra Linear resulta do facto dela se encontrar subjacente a quase todos os domínios da matemática e até mesmo de outras áreas, como as Ciências da Computação, a Engenharia e a Física. Consequentemente, torna-se imprescindível que aqueles que pretendam trabalhar com as ciências que utilizam a matemática, tanto como objeto de seu estudo quanto como instrumento, tenham domínio sobre os seus principais conceitos (Coimbra, 2008; Machado, 2004).

No entanto, verifica-se que a Álgebra Linear é uma fonte de dificuldades para muitos alunos do ensino superior (Barros, Araújo, & Fernandes, 2012; Barros, Fernandes, & Araújo, 2013; Coimbra, 2008; Celestino, 2000; Dorier, 2000). Como afirmam Dorier, Robert, e Sierpinska (2000), “há um amplo consenso em afirmar que tanto o ensino como a aprendizagem da álgebra linear são difíceis” (p. 273). Corroborando esta afirmação, Gueudet-Chartier (2004) refere que “é um facto bem conhecido que os estudantes consideram este assunto difícil” (p. 491) e Hillel (2000) diz até que “o ensino da álgebra a um nível universitário é quase universalmente considerado como uma experiência frustrante para professores e estudantes” (p. 191).

Coloca-se, então, a questão de como promover um ensino da Álgebra Linear que, para além de manter os alunos motivados, permita que estes desenvolvam as competências consideradas essenciais para um bom desempenho no presente e no futuro, sempre que precisarem de recorrer a esses conhecimentos. Como alegam Ramos, Delgado, Afonso, Cruchinho, Pereira, Sapeta e Ramos (2013), “para além do professor do ensino superior dever continuar a preocupar-se com o domínio científico dos conteúdos a trabalhar com os seus estudantes, também deve passar a dar atenção ao que se passa ao nível do ambiente de aprendizagem relativo às unidades curriculares que ministra” (p. 117).

Tendo como cenário esta preocupação e tendo em atenção que a reflexão e discussão sobre os erros pode ser um ponto de partida para os estudantes participarem ativamente na sua superação (Pochulu, 2004; Socas, Camacho, & Palarea, 1989), efetuou-se um estudo (última etapa de uma investigação mais ampla), envolvendo estudantes do ensino superior politécnico, com o intuito de responder, entre outras, à seguinte questão de investigação: Qual o impacto de um ensino centrado na exploração dos erros e dificuldades sobre a aprendizagem dos estudantes em Álgebra Linear?

Neste contexto, realizou-se uma experiência em sala de aula que, para além de outros objetivos, visou a utilização do erro numa perspetiva construtivista utilizando-o como estratégia de ensino (Pinto, 2008; Borasi, 1996). Dentro desta perspetiva, propuseram-se aos alunos tarefas que levassem à discussão de erros e dificuldades já evidenciadas noutras etapas da investigação (ver Barros et. al, 2012, 2013). Assim, neste texto apresenta-se o contributo que esta experiência teve para a aprendizagem dos alunos do ponto de vista dos próprios participantes, particularmente no que diz respeito às estratégias mais diretamente ligadas à reflexão e discussão sobre os erros.

A importância do erro para o ensino e a aprendizagem

Godino, Batanero e Font (2003) consideram que:

todas as teorias sobre o ensino-aprendizagem de matemática coincidem na necessidade de identificar os erros dos alunos no processo de aprendizagem, determinar as suas causas e organizar o ensino tendo em conta essa informação. O professor deve ser sensível às ideias prévias dos alunos e utilizar as técnicas do conflito cognitivo para conseguir o progresso na aprendizagem. (p. 69)

No entanto, como referem Quinzá-Torroja, Escalona e Macías (2004), focando o ensino tradicional no contexto universitário, nos primeiros anos da universidade os erros detetam-se principalmente nos exames e remedeiam-se mandando os alunos ao exame seguinte. Alertam ainda para o facto de que a ajuda para superar um erro, que consiste em contrapor o argumento errado do aluno com a verdade institucional, e exigir a sua imediata substituição sem nenhuma outra justificação, é inadequada.

No mesmo sentido, Pochulu (2004) considera que a simples correção sistemática dos erros não favorece a sua eliminação, advogando que se devem usar estratégias em sala de aula que propiciem a discussão dos erros. Na sua opinião, “dar lugar ao erro na aula é trabalhá-lo, descobrindo as hipóteses falsas que levaram a produzi-lo, buscando os caminhos possíveis até redescobrir os conceitos válidos e matematicamente aceites, comparando versões corretas com erróneas, etc.” (p. 12). Assim, o autor defende que os erros devem ser descobertos pelos alunos a partir de um debate com o professor, sendo esta uma forma de participarem ativamente no processo de superação dos próprios erros.

Também Cury (2004) considera que é possível fazer uso da análise de erros em quaisquer circunstâncias, desde que sejam respeitadas as seguintes premissas básicas: devolver ao aluno a análise feita e discutir com ele os resultados; planear estratégias para trabalhar com conteúdos em que há maior incidência de erros, propondo questões que envolvam o interesse dos alunos; aproveitar recursos disponíveis (jogos, material concreto, computadores) para retomar os conteúdos de formas variadas; para cada questão proposta ou tarefa solicitada, fazer uma análise crítica dos erros que surgem no grupo de alunos para aproveitar todas as oportunidades de os fazer pensar sobre o seu próprio pensamento.

Ramos e Curi (2014) referem ser imprescindível criar novas estratégias didáticas para a superação das dificuldades e correção dos erros. Para tal, estes autores recomendam

que, depois de analisar minuciosamente a produção escrita do aluno para detetar e identificar os erros cometidos, o professor utilize recursos didáticos intervindo junto ao aluno para que este identifique e seja capaz de corrigir o próprio erro.

Engler, Gregorini, Müller, Vrancken e Hecklein (2004) consideram que, como no processo de construção do conhecimento matemático aparecem sistematicamente erros, o processo de ensino e aprendizagem deverá incluir critérios de diagnóstico, correção e superação mediante atividades que promovam o exercício da crítica sobre as próprias produções. O docente deve fazer com que o aluno enfrente a contradição proveniente do erro e logre eliminar os seus falsos conceitos para que estes não voltem a aparecer. Este processo gera na aula discussões e debates que são de um grande valor para o aluno aprender a partir das suas próprias interações.

Para Funes, Macias e Jiménez (2002), a maioria das vezes, não se faz um uso adequado da informação que os erros trazem acerca do conhecimento dos alunos. Tendo em atenção que alguns conhecimentos prévios podem funcionar como um obstáculo para a aquisição de novo conhecimento, estes autores consideram que é preciso que o processo de construção do conhecimento inclua o diagnóstico e a superação dos erros, devendo o ensino partir de uma conceção do conhecimento que considere o erro como parte constitutiva deste. Uma vez detetados e categorizados os erros, é interessante focar-se no seu estudo para usá-los em benefício da aprendizagem significativa dos alunos. Consideram também que os erros podem ser úteis como motivação, valorizados como tentativas criativas para gerar situações de metacognição onde os alunos analisem os seus próprios processos de aprendizagem. Assim, com base num seminário realizado com 20 professores de diferentes níveis de ensino e de distintos países, que constou da leitura de textos e deteção de erros a partir da seleção de provas de avaliação de alunos de diferentes idades e da discussão sobre as ações em contexto de ensino para superação dos erros analisados e as suas causas, os autores elaboraram as seguintes reflexões que emergiram dessa experiência, tendo em vista a melhoria da prática docente: considerar o currículo um espaço para indagar sobre a gestão da simbologia específica da temática tratada; realizar a devolução aos alunos dos trabalhos com erros e gerar discussões de grupo sobre o assunto; propor situações onde seja possível detetar e diagnosticar dificuldades que conduzem ao erro; estimular entre os alunos o trabalho cooperativo, aberto ao diálogo e à crítica; agrupar os alunos segundo as categorias dos erros que se manifestem, para promoção da consciencialização e reflexão; aplicar estímulos e jogos

didáticos que ajudem a superar os erros muito arraigados nos alunos e favorecer reuniões entre docentes para procurar e analisar estratégias que favoreçam a verdadeira aprendizagem.

Metodologia

No estudo realizado optou-se por uma metodologia em que se articularam os métodos quantitativos e qualitativos de acordo com os dados que se pretendiam recolher. Como afirma Günter (2006), “enquanto participante do processo de construção de conhecimento, idealmente, o pesquisador não deveria escolher entre um método ou outro, mas utilizar as várias abordagens, qualitativas e quantitativas que se adequam à sua questão de pesquisa” (p. 207).

A experiência realizada envolveu 28 alunos (A_i , com $1 \leq i \leq 28$) que estavam a frequentar a unidade curricular Álgebra Linear e Geometria Analítica, num curso de engenharia do Ensino Superior Politécnico, que integra o 1.º ano do plano de estudos. Os alunos eram maioritariamente do sexo feminino (78,6%) e tinham idades compreendidas entre os 18 e os 25 anos, sendo as mais frequentes 21 (21,4%) e 22 anos (21,4%). Todos os alunos tinham entrado no ensino superior através de concursos especiais, sendo titulares de um diploma de especialização tecnológica (CET de nível 5). Os alunos ingressaram no curso em três anos letivos distintos, tendo apenas 10 (35,7%) entrado no ano letivo em que se realizou a experiência de ensino. Assim, mais de metade da turma (64,3%) não estava a frequentar a unidade curricular pela primeira vez.

Nas aulas em que as tarefas foram aplicadas, adotou-se uma metodologia de trabalho em pequeno grupo com posterior discussão em grande grupo, podendo os alunos recorrer ao *software Microsoft Mathematics*, sempre que considerassem adequado. Em termos gerais, propôs-se aos estudantes a resolução de tarefas que levassem à discussão dos erros e das dificuldades, como por exemplo, colocar questões em que estivessem em causa conceitos/procedimentos geradores de erros/dificuldades ou explorar “resoluções” de estudantes de modo a promover a discussão acerca da sua correção e análise dos erros cometidos (Figura 1).

1. Considere a afirmação: Se $A(BA^T)$ está definida e B é uma matriz quadrada então A é uma matriz quadrada.

De seguida apresentam-se as respostas de alguns alunos quando analisaram a veracidade da afirmação dada. Diga, justificando, se concorda ou não com os raciocínios apresentados.

Resposta da Florbela:

$$A(BA^T) = AB + \underbrace{AA^T}_{I + \text{sempre quadrada}} = AB + I$$

Então A é uma matriz quadrada.

A afirmação é verdadeira.

Resposta da Maria:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$BA^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 12 \end{bmatrix}$$

$$A(BA^T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 10 & 60 \end{bmatrix}$$

A afirmação é verdadeira.

Resposta da Luisa:

A afirmação é verdadeira, pois para que A não seja matriz quadrada $m \neq n$, então:

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad A \cdot (BA^T) = A \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \right) \text{ que é impossível de calcular.}$$

Para que (BA^T) seja possível é necessário que A seja uma matriz quadrada.

Figura 1. Exemplo de uma tarefa que envolve a análise de resoluções.

Sempre que o debate referente a tarefas efetuadas numa aula passasse para a semana seguinte, a professora colocava pequenas notas no trabalho alertando para aspetos que teriam de repensar ou reformular e enviava a sua digitalização para o correio eletrónico dos alunos. Desta forma, o que os alunos tinham feito estava mais presente aquando do debate e tinham algum tempo para repensar algumas das suas respostas. Após o debate

em grande grupo, os alunos podiam ainda corrigir o trabalho efetuado e reformular o que considerassem adequado.

Para além de se terem recolhido os documentos produzidos pelos alunos aquando da resolução das tarefas, pediu-se-lhes para avaliarem a experiência através da aplicação de um questionário e realizaram-se entrevistas a todos os alunos para complementar esses dados. Estas efetuaram-se após os estudantes já terem sido avaliados à unidade curricular e tiveram uma duração variável, de 50min a 1h40min, pois, embora se seguisse um guião, permitiu-se que cada entrevistado percorresse caminhos distintos dos escolhidos por outros. As entrevistas foram áudio-gravadas e posteriormente transcritas.

Na análise de dados do questionário foram utilizadas técnicas de estatística descritiva, nomeadamente o cálculo de frequências organizadas em tabelas como forma de estruturar e sintetizar a informação. No caso das entrevistas semiestruturadas, na sua análise, seguiram-se essencialmente as categorias previamente definidas no questionário, recorrendo-se às respostas dos alunos para justificar/complementar a informação antes obtida através do questionário.

Apresentação e análise dos resultados

Durante as aulas, os alunos resolveram tarefas em que tinham de analisar as resoluções realizadas por outros alunos sobre os mesmos conteúdos. No questionário, manifestando-se sobre o contributo dessas tarefas para a sua aprendizagem, quase todos os alunos afirmaram concordar ou concordar totalmente com as afirmações consideradas (Tabela 1), à exceção da última afirmação, em que 32,1% dos alunos considerou ter tido mais dificuldades em responder às questões.

Nas entrevistas, os alunos que concordaram ter tido mais dificuldades em responder às questões, explicaram que tiveram dificuldades em identificar a resposta correta, por vezes, devido a não terem presentes os conceitos envolvidos:

Em parte até têm a sua lógica e são interessantes. Agora a mim custa-me compreendê-las. Olhar para aquilo e dizer por onde é que lhe vou pegar. Esses conceitos [envolvidos na questão] uma pessoa também não os tem presentes e depois acho que ainda se torna mais complicado. (A10)

Tabela 1.

Contributos das tarefas de grupo em que tinham de analisar as resoluções realizadas por outros alunos

Analisar resoluções permitiu	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Aprender a questionar a validade das resoluções	–	7,1	75,0	17,9
Desenvolver a capacidade de distinguir argumentos válidos de não válidos	–	3,6	82,1	14,3
Reconhecer erros que costumo cometer	–	3,6	82,1	14,3
Debater, com os meus colegas, alguns erros que também costumo cometer	–	7,1	78,6	14,3
Refletir sobre a solidez dos meus conhecimentos	–	7,1	89,3	3,6
Clarificar alguns conceitos/procedimentos	–	10,7	82,1	7,1
Ter mais dificuldade em responder às questões	17,9	50,0	32,1	–

Nota: DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

A forma como organizaram o trabalho em grupo, em alguns casos, fez com que também não houvesse propriamente um debate de erros com os colegas: “Nas aulas, como estávamos em grupo, cada um fazia a sua pergunta e depois acabávamos por juntar tudo. Não havia: ‘olha deves fazer assim ou se calhar se fizesses assim...’” (A12).

Nas entrevistas, falando sobre as vantagens deste tipo de tarefas, houve estudantes que referiram que este género de questões lhes agradaram porque tinham um ponto de partida por onde começar a resolução, porque os envolviam mais na tarefa, fazendo-os estudar os conceitos/procedimentos aprendidos e ajudava-os a evitar determinado tipo de erros:

Estas eram interessantes. Eu conseguia perceber o que estava mal e o que estava bem. Porque tinha respostas, tinha exemplos e conseguia. Mas também tínhamos de saber muitos conceitos, tínhamos que perceber os conceitos. Isto fazia com que estudássemos, que voltássemos atrás para ver a definição, o conceito, para ver o que realmente está mal. (A2)

Em algumas aulas houve debate em grande grupo, tendo os alunos sido confrontados com as diferentes resoluções que apresentaram para as tarefas propostas. Expressando a sua opinião sobre esse confronto, quase todos os alunos concordaram ou concordaram totalmente com as doze afirmações consideradas para a avaliação desse processo (Tabela 2).

Nas entrevistas, falando livremente sobre este processo, alguns alunos esclareceram porque é que consideram vantajoso, focando alguns dos aspetos já referenciados na tabela anterior. Assim, há alunos que comentam a vantagem do confronto lhes permitir conhecer diferentes formas de responder às questões ou identificar/corrigir erros:

Sim, foi vantajoso, porque havia várias maneiras de responder às questões. Então, sabíamos que a nossa estava certa mas a de outros colegas também estava. Então ajudava-nos a ter outras maneiras de fazer exercícios. Agora, quando estava mal, apercebíamos-nos logo que era a nossa [resolução] que estava ali. Isso já era para nós vermos que não fizemos correto. (A14)

Tabela 2.

Contributos da discussão sobre as diferentes resoluções das tarefas

A discussão contribuiu para	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Conhecer outras formas de responder às questões	–	–	82,1	17,9
Identificar os erros que cometi	–	10,7	71,4	17,9
Desenvolver a capacidade de distinguir argumentos válidos de não válidos	–	7,1	82,1	10,7
Aprender a questionar a validade das resoluções	–	3,6	89,3	7,1
Perceber a importância de utilizar os nossos próprios erros como meio de aprendizagem	–	3,6	78,6	17,9
Aprender a refletir melhor sobre as minhas respostas	–	3,6	89,3	7,1
Clarificar alguns conceitos/procedimentos	–	3,6	85,7	10,7
Melhorar a minha capacidade de argumentar	–	3,6	85,7	10,7
Melhorar a minha capacidade de comunicar matematicamente	–	3,6	89,3	7,1
Ultrapassar algumas das minhas dificuldades	–	3,6	85,7	10,7
Participar ativamente nas aulas	–	14,3	71,4	14,3
Aumentar a confiança nas minhas resoluções	–	7,1	78,6	14,3

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

Há também quem foque o aspeto desse confronto “obrigar” a uma participação mais ativa nas aulas ou constituir uma mais-valia para desenvolver a capacidade de argumentação: “Como aparecia ali o nosso nome, e se alguém tivesse alguma dúvida, nós tínhamos que nos defender e mostrar como é que fizemos aquilo. E isso obrigava-nos a participar de forma ativa, a discutir e argumentar” (A1).

Há, ainda, quem foque o aspeto motivacional pelo facto de acertarem na resposta ou mesmo considerando o erro como um incentivo para melhorarem o seu desempenho:

Quando fazíamos certo, ficávamos todas felizes, é um ganho saber que nem todos conseguiam resolver e nós tivemos esse privilégio. Quando estava errado, ficávamos desanimadas. (...) Mas ajudou, porque assim podíamos ver onde é que tínhamos errado e corrigir e dizer: ‘Para a próxima não vai ser assim, vamos conseguir’. (A18)

Terem faltado a algumas aulas, não terem participado ativamente nas discussões do grupo, em que se resolveram as tarefas, ou terem dificuldade em entender os conteúdos foram razões apresentadas para não desenvolverem algumas das competências que se pretendia alcançar com a discussão em grande grupo. Por exemplo, os alunos A24 e A23, explicando porque é que discordam que o confronto lhes permitiu identificar os

erros que cometeram ou participar ativamente nas aulas, comentam: “Se eu não vinha às aulas e não participava, também não me sentia segura para dar a minha opinião sobre aquele exercício” (A24); “Às vezes era um trabalho em que não tinha assim tanto domínio sobre a matéria. Se a professora me perguntasse, já não sabia muito bem o que é que havia de responder” (A23).

O receio de errar fez com que uma aluna discordasse que o confronto lhe permitiu participar ativamente nas aulas:

Prefiro estar calada do que dizer barbaridades. Às vezes não respondia e era mesmo a resposta que eu pensava. Outras vezes, quando dizia alguma coisa estava mal. Então é melhor estar calada. Se não tenho a certeza, hesito um bocado e fico calada. (A17)

As resoluções dos trabalhos foram objeto de apreciação por parte da professora, sendo, por vezes, devolvidas com sugestões para reformular ou completar as respostas. A maior parte dos alunos concordou ou concordou totalmente com as afirmações que estabelecem uma apreciação favorável deste processo (Tabela 3). Porém, é de realçar que 28,6% dos alunos consideraram que a reformulação era um trabalho acrescido, pelo que nem sempre realizaram as correções solicitadas.

Tabela 3.

Contributos do processo de revisão/reformulação das resoluções dos trabalhos

O processo de reformulação	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Permitiu-me obter um feedback importante sobre o trabalho realizado	–	–	67,9	28,5
Ajudou-me a identificar os erros cometidos	–	–	71,4	25,0
Permitiu-me tomar consciência das minhas dificuldades	–	3,6	64,3	28,5
Fez-me rever alguns conceitos que ainda não tinha compreendido	–	10,7	67,9	17,8
Contribuiu para eu ultrapassar algumas dificuldades	–	7,1	64,3	25,0
Contribuiu para que estivesse mais atento às discussões em grande grupo realizadas na aula, pois podia reformular o que entreguei	–	10,7	67,9	17,8
Era um trabalho acrescido pelo que nem sempre realizei as correções solicitadas	32,1	35,7	28,6	–

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

Referindo-se nas entrevistas a este aspeto, alguns alunos alegaram que não se empenhavam no estudo, que havia falta de predisposição dos elementos do grupo para se juntarem ou falta de tempo: “Não fazíamos por causa da preguiça. Não nos apetecia fazer, porque há tempo para tudo, que é mesmo assim. (...) Nós é que ‘deixamos para amanhã’. É a preguiça, falta de vontade” (A17); “A desvantagem era mesmo só quando

tivéssemos que nos juntar em grupo para fazer alguma coisa, de resto não vejo desvantagens” (A22); “Havia alturas que tinha mais coisas para fazer. E quando foi perto das frequências, da entrega de relatórios. Essas coisas às vezes acontecem porque fica sempre alguma coisa para trás” (A10).

Há também alunos que dizem não ter feito todas as reformulações dos trabalhos, não porque considerassem um trabalho acrescido, mas porque tinham dificuldade em coordenar o grupo para se encontrarem: “Muitas vezes, eu e a A3 marcamos um encontro para fazer isso e depois fica muito difícil, porque ela não aparece” (A25).

Nas entrevistas, comentando as vantagens da reformulação dos trabalhos, os alunos referiram-se ao feedback sobre a correção das suas resoluções, à possibilidade de corrigir o erro, aprender com essa correção, evitar a repetição do erro e terem um incentivo para o estudo:

É muito importante porque vemos onde estão os erros, corrigimos e, tantas vezes insistimos, que até já entra. (...) E permite-nos também ter uma ideia daquilo que fizemos. E rever e estudar, porque, ao fim e ao cabo, estudamos outra vez. (A26)

Mesmo os alunos que não fizeram todas as reformulações dos trabalhos pensam que o processo tem vantagens para a sua aprendizagem, pois consideram que o feedback dado era importante: “Esse trabalho também nos ajudou a ver que erramos. Nós pensávamos que estava bem. Acho que desta forma nos ensina a pensar e a saber onde é que fizemos o erro” (A10).

Conclusões

De acordo com as opiniões dos estudantes, constata-se que a resolução de tarefas em que tinham de analisar as resoluções realizados por outros alunos, a discussão em grande grupo e o processo de revisão/reformulação dos trabalhos teve, em termos gerais, efeitos positivos para a sua aprendizagem. Para além de considerarem que a sua participação nas aulas foi mais ativa, é de realçar que mais de 85% dos alunos concorda ou concorda totalmente que conseguiu clarificar alguns conceitos/procedimentos, desenvolver a capacidade de distinguir argumentos válidos de não válidos, aprender a questionar a validade das resoluções e ultrapassar algumas dificuldades. Tendo ainda a estratégia seguida permitido que os alunos tomassem consciência das suas dificuldades e se apercebessem da incorreção de alguns procedimentos que também costumavam utilizar. Ganhos que confirmam as indicações de Pochulu (2004), Cury (2004) e Engler

et al. (2004) sobre a importância da utilização de estratégias que conduzam os alunos a participar ativamente na superação dos seus erros.

No entanto houve condicionantes que poderão ter afetado ou impedido que, em algumas situações, as estratégias seguidas não contribuíssem de maneira significativa para uma progressão na aprendizagem. Um aspeto que sobressai está ligado a aspetos de organização do grupo, como a falta de coordenação dos alunos para se juntarem fora da aula para finalizarem as tarefas, realizarem as reformulações dos trabalhos ou distribuírem as questões a resolver pelos elementos do grupo, levando a que nem sempre todos contribuíssem para a discussão na fase inicial da resolução. De modo similar, Zerr e Zerr (2011), descrevendo um estudo em que os alunos reviam criticamente provas de matemática realizadas pelos pares, com posterior reformulação pelos autores, alertam que a resposta à tarefa em tempo útil e o esforço que os alunos estão dispostos a dispensar para a realizar são fatores que podem comprometer o processo.

Referências bibliográficas

- Barros, P. M., Araújo, C. M., & Fernandes, J. A. (2013). Raciocínios de estudantes do ensino superior na resolução de tarefas sobre matrizes. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, J. Tinoco & F. Viseu (Orgs.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 295-308). Braga: Associação de Professores de Matemática.
- Barros, P. M., Fernandes, J. A., & Araújo, C. M. (2012). Raciocínios desenvolvidos na verificação das soluções de sistemas de equações lineares. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes (Orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.333-347). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction – a focus on errors*. Estados Unidos da America: Ablex Publishing Corporation.
- Celestino, M. R. (2000). *Ensino-aprendizagem da álgebra linear: as pesquisas brasileiras na década de 90*. (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de S. Paulo, S. Paulo.
- Coimbra, J. L. (2008). *Alguns aspectos problemáticos relacionados ao ensino-aprendizagem da álgebra linear*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Pará, Pará.
- Cury, H. N. (2004). Análise de erros em educação matemática. *Veritati Salvador*, 3(4), 95-107.
- Dorier, J.-L. (Ed.) (2000). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dorier, J.-L., Robert, A., & Sierpinska, A. (2000). Conclusion. In J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 273-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa*, 6(23), 23-32.

- Funes, B. A., Macías, A. M., & Jiménez, A. M. (2002). Los errores como objeto de estudio. In C. R. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (vol. 15, pp. 289-294). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su Didáctica para Maestros — Manual para el Estudiante*. Acedido em julho 29, 2011, em <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- Gueudet-Chartier, G. (2004). Should we teach linear algebra through geometry? *Linear Algebra and its Applications*, 379, 491-501.
- Günter, H. (2006). Esta é a questão? *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 22(2), 201-210.
- Hillel, J. (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Machado, S. D. (2004). Educação matemática no ensino superior. In *Mesa redonda: “Educação Matemática no ensino superior”, Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 34-46). Pernambuco: Universidade Federal de Pernambuco.
- Pochulu, M. D. (2004). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 35(4). Acedido em julho 29, 2011, em <http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>.
- Pinto, N. B. (2008). Erro: Uma estratégia para a diferenciação do ensino. In M. André (Org.), *Pedagogia das diferenças na sala de aula* (pp.47-79). São Paulo: Papirus.
- Quinzá-Torroja, J. M. S., Escalona, A. S., & Macías, J. A. S. (2004). Los errores como motivacion para la enseñanza y la aprendizaje de las matemáticas. In *XII Jornadas de ASEPUMA. Asociación Española de Profesores Universitarios de Matematicas aplicadas a la Economia y la Empresa*. Acedido em fevereiro 7, 2016, em <http://www.um.es/asepuma04/>.
- Ramos, A., Delgado, F., Afonso, P., Cruchinho, A., Pereira, P., Sapeta, P. & Ramos, G. (2013). Implementação de novas práticas pedagógicas no ensino superior. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 115-141.
- Ramos, M. L. P. D. & Curi, E. (2014). O uso do erro como estratégia didática: uma nova perspectiva na reconstrução do conhecimento. *Perspectivas da Educação Matemática*, 7(13), 84-102.
- Socas, M. M., Camacho, M., Palarea, M., & Hernández, J. (1989). *Iniciacion al álgebra*. Espanha: Editorial Sintesis.
- Zerr, J. M., & Zerr, R. J. (2011). Learning from their mistakes: Using students’ incorrect proofs as a pedagogical tool. *PRIMUS*, 21(6), 530-544.